Prof. Dr. Alfred Toth

Ein fixierter Sequenzoperator für die Semiotik

1. Jede mathematische Semiotik muss im Minimum die Peano-Axiome erfüllen, um wenigtens als semiotische Arithmetik zu gelten. Diese Axiome lauten in einer älteren und einer neueren Fassung:

P1. 1 ist eine natürliche Zahl.

P2. Jede natürliche Zahl a hat einen bestimmten Nachfolger $\sigma(a)$ in der Menge der natürlichen Zahlen.

P3. Stets ist $\sigma(a) \neq 1$, d.h. es gibt keine Zahl mit dem Nachfolger 1. (van der Waerden 1971, S. 6)

P1´. $0 \in \mathbb{N}$.

P2´. Wenn $n \in \mathbb{N}$, dann $\sigma(n) \in \mathbb{N}$.

P3´. Wenn $n \in \mathbb{N}$, dann $\sigma(n) \neq 0$.

P´4. Wenn $0 \in E$, und wenn aus $n \in E$ stets $\sigma(n) \in E$ folgt, $\mathbb{N} \subset E$.

P´5. Wenn $m, n \in \mathbb{N}$, folgt aus $\sigma(m) = \sigma(n)$, dass $m = n$ ist. (Ebbinhaus et al. 1992, S. 17)

2. Wie ich in Toth (2011) gezeigt habe, lassen sich die Peano-Axiome einheitlich nur auf die Monaden, oder wie Bense (1981, S. 17 ff.) sagte, Primzeichen, anwenden:

PZR = (.1., .2., .3.),

d.h. es gilt einfach $\sigma(.1.) = (.2.)$, $\sigma(.2.) = (.3.)$ und daher $\sigma\sigma(.1.) = (.3.)$.

Sobald wir jedoch zu komplexen Relationen, d.h. Dyaden, Dyaden-Paaren, Triaden usw. übergehen, gibt es keine einheitliche Gültigkeit für den Sequenzoperator mehr. Bei den Dyaden, d.h. den Subzeichen der semiotischen

Matrix müssen drei verschiedene Arten, die ich schon früher „Peirce-Zahlen“ genannt habe, unterschieden werden:

2.1. Triadische Peirce-Zahlen

tdP: z.B. $(1.1) \rightarrow (2.1) \rightarrow (3.1)$

$\sigma(a.1) = ((a+1).1)$

2.2. Trichotomische Peirce-Zahlen

ttP: z.B. $(1.1) \rightarrow (1.2) \rightarrow (1.3)$

$\sigma(1.a) = (1.(a+1))$

2.3. Diagonale Peirce-Zahlen

dgP_H: $(1.1) \rightarrow (2.2) \rightarrow (3.3)$

$\sigma(a.b)_H = ((a+1).(b+1))$

dgP_N: $(3.1) \rightarrow (2.2) \rightarrow (1.3)$

$\sigma(a.b)_N = ((a\pm1).(b\pm1))$

Damit ergibt sich sowohl für haupt- als auch für nebendiagonale Peirce-Zahlen

$\sigma(a.b) = ((a\pm1).(b\pm1))$.

3. Wenn wir nun aber Zeichenklassen und Realitätsthematiken heranziehen, wie z.B. (3.1 2.2 1.3) und (3.2 2.2 1.2), wie lässt sich dann entscheiden, welche von beiden Vorgänger und welche Nachfolger ist? Klare Fälle liegen ja nur z.B. bei (3.1 2.1 1.1) und (3.1 2.1 1.2) vor, und die trichotomische Ordnung (3.a 2.b 1.c) mit $a \leq b \leq c$ allein verbietet die Existenz eindeutiger Nachfolger bzw. Vorgänger, damit aber auch die Anwendung der Peano-Axiome.

Ich möchte deshalb einen positions- und wertegebundenen Sequenzoperator einführen, der den Wert einer bestimmten n-adische Relation an der Position i durch den Nachfolgewert j ersetzt:

$$\sigma_j^i = (\square\ \underset{i}{\boxed{j}}\ \square)$$

Z.B. ist also

σ_3^6 (3.1 2.1 1.2)= (3.1 2.1 1.3)

σ_2^4 (3.1 2.1 1.2)= (3.1 2.2 1.2),

d.h. es ist

σ(3.1 2.1 1.2) = {(3.1 2.1 1.3), (3.1 2.2 1.2)},

und das sind die einzigen unmittelbaren Nachfolger von (3.1 2.1 1.2), denn *(3.2 2.1 1.2) ist irregulär wegen ((3.a), (2.b)) mit $a > b$.

Da man Zeichenklassen eineindeutig auf ihre Trichotomien (Realitätsthematiken) abbilden kann, genügt es, den Subsequenzoperator auf Zahlentripel der Form $<a, b, c>$ mit $a \leq b \leq c$ abzubilden. Man beachte, dass hier nichts anderes als die Primzeichenrelation (PZR), allerdings mit partieller Ordnung, vorliegt. Wir bekommen also für die obigen Beispiele:

σ_3^3 (1, 1, 2)= (1, 1, 3)

σ_2^2 (1, 1, 2)= (1, 2, 2),

d.h. σ(1, 1, 2) = {(1, 1, 3), (1, 2, 2)}.

Bibliographie

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Ebbinghaus, H.D. et al., Zahlen. Springer 1992

Toth, Alfred, Wie viele Arten von Primzeichen gibt es? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

van der Waerden, B.L., Algebra I. Heidelberg 1981

28.3.2011